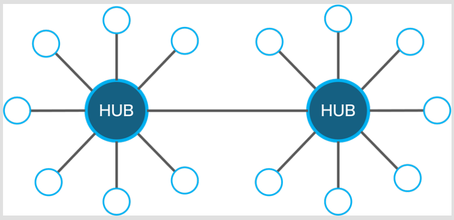
規模の経済の存在下での輸送ネットワークの進化

東京工業大学 高山研究室
Takayama Lab., Tokyo Institute of Technology

東京工業大学　神谷 竜太郎

1. 研究背景・目的

航空路線をはじめとする多くの輸送ネットワークの形状において，「ハブアンドスポーク」という形状が頻繁に観察されます．これは，少数の大規模な輸送拠点（ハブ）と，ハブと近隣の複数地点を繋ぐ経路（スポーク）からなるネットワーク形状のことです．ネットワークにはハブ同士を結ぶ経路も含まれます．



ハブアンドスポークの例

さて，ハブアンドスポークの形成に「規模の経済性」が関係することが多くの研究によって指摘されています．Mori(2012)では，2種類の規模の経済性との関係が指摘されています．

- 密度の経済性：輸送需要が大きくなればなるほど，一人当たりの移動にかかる運賃は小さくなる．
- 距離の経済性：移動距離が大きくなればなるほど，単位距離あたりの移動にかかる運賃は小さくなる．

Mori(2012)では，これらの規模の経済性の存在下で，ある特定の形状のネットワークができることが示されましたが，「ネットワークの生成過程が具体的に示されていない」といった課題があります．

そこで，本研究では，「規模の経済性の存在下でのネットワークの生成過程」や，「2種類の経済性のどちらが卓越するかによって，生成されるネットワークの形状がどう変化するか」を明らかにします．

そのため，生成されるネットワークが満たす条件を均衡問題として定式化します．均衡問題を解くアルゴリズムを用いて，生成されたネットワークの形状や，その形状に至るまでのネットワークの生成過程を解析します．

2. モデル設定

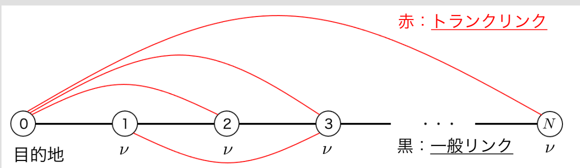
直線状のネットワーク上に等間隔dに分布する地点(ノード) $i \in \mathcal{I}$に人々がνだけ居住していて，全員がネットワーク左端の目的地を目指すと仮定します．$\mathcal{I}$はすべてのノードの集合です．

人々は移動経路として，ノード同士を結ぶ2種類のリンクを選択できます．隣り合うノードを結ぶリンクを一般リンク，離れたノードを結ぶリンクをトランクリンクとします．

ノードi, jを結ぶリンクの利用コストτ_{ij}は，フローの大きさQ_{ij}と，移動距離$|i-j|d$に依存します．具体的には，距離の経済性の強度を表すパラメータϕと，密度の経済性の強度を表すパラメータρ，およびスケールパラメータtを用いて以下のように表されます．

$$\begin{cases} \tau_{ij}(Q_{ij}) = \dfrac{\phi + \rho|i-j|d}{Q_{ij}} & \text{if } |i-j| > 1 \\ \tau_{ij}(Q_{ij}) = t|i-j|d & \text{if } |i-j| = 1 \end{cases}$$

ここで，ϕに比べてρが小さければ，距離の経済性が強く働いているといえます．一方，ρに比べてϕが小さければ，密度の経済性が強く働いているといえます．



設定したモデル

ここで，ネットワークの進化過程を均衡問題として定式化します．均衡条件は「利用者の最小コスト選択条件」「フロー保存条件」の2つです．この均衡条件を相補性問題として表し，それをアルゴリズムによる繰り返し計算によって解きます．

均衡問題は，数学的にはノードiから目的地までの最小コストπ_i，全てのリンクの集合$\mathcal{E}$を用いて，次のように表されます．

$$\text{find} \quad \boldsymbol{Q}^* = \{Q^*_{ij}\}_{ij}, \boldsymbol{\pi}^* = \{\pi^*_i\}_i$$

$$\text{such that}$$

$$\text{(最小コスト条件)} \quad \begin{cases} \pi^*_i = \pi^*_j + \tau_{ij}(Q^*_{ij}) & \text{if } \; Q^*_{ij} > 0 \\ \pi^*_i < \pi^*_j + \tau_{ij}(Q^*_{ij}) & \text{if } \; Q^*_{ij} = 0 \end{cases} \quad \forall (i,j) \in \mathcal{E}$$

$$\text{(フロー保存則)} \quad \sum_{j=1}^{N} Q^*_{ij} = \nu + \sum_{j=1}^{N} Q^*_{ji} \quad \forall i \in \mathcal{I}$$

初期状態では全員が一般リンクを利用していると仮定します．コストが最小になる経路を全員がそれぞれ選択した結果，各リンクのフローが更新されます．トランクリンクの利用コストはフローの大きさに依存するので，コストが最小になる経路が変更される可能性があります．そのため，従来とは別の経路が選択され，フローの大きさが再度変更されます．このような経路変更とフローの大きさの変更が繰り返され，変更が起こらなくなったとき，先述の均衡条件を満足します．また，均衡条件において，複数の流入リンクを持つノードを「ハブ」と定義します．

3. 数値計算結果

図1・図2は，2つの経済性それぞれが卓越する場合において，$t = 0.1, d = 0.05, \nu = 5.0$とおき，ノード数$N$を大きくして数値計算を行った結果を示したものです．

計算の結果，各ノードから流出するリンクは1つしかないこと，一般リンク・トランクリンクの双方とも，生成と消滅を繰り返し，均衡状態に到達することがわかりました．さらに，距離の経済性と密度の経済性のどちらが卓越する場合でもハブが生成されること，ネットワークを拡大させた場合，距離の経済性が卓越する場合の方が，より多くの流入リンクを持つハブが生成されることがわかりました．

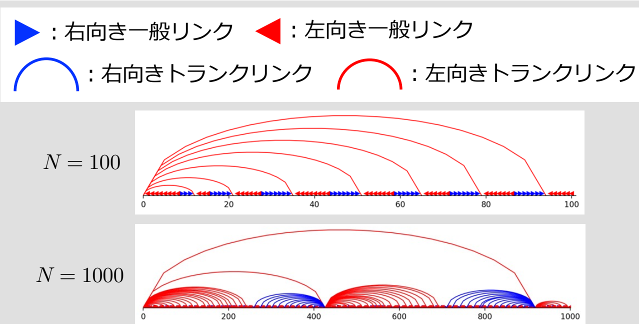


図1：距離の経済性が卓越している場合（$\phi = 100, \rho = 0.01$）

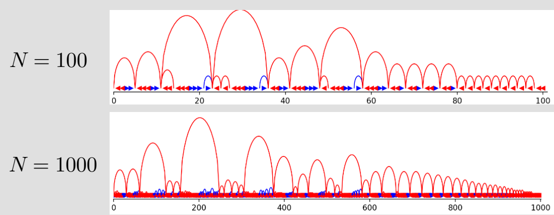


図2：密度の経済性が卓越している場合（$\phi = 0.01, \rho = 100$）

参考文献

Mori, Tomoya (2012). Increasing returns in transportation and the formation of hubs. *Journal of Economic Geography* 12.4, pp. 877–897.